

6. cvičení - Limity funkcí 1

☛ = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1. Spočtete z definice, nebo z definice dokažte, že limita neexistuje:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 5} x$, (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$,
(b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2}$, (e) ☛ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, kde f je definována před-
(c) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin x$, pisem $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0, 1), \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$

Příklad 2. Spočtete následující limity.

- (a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan x$ (k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3+3x+5-\frac{1}{x}}{8x^3+4x^2-3}$
(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x+2)^2$ (l) $\lim_{x \rightarrow 2} \log(x-3)$
(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x}$ (m) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$
(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3}{7+x}$ (n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-2x}{2x^3+x^2-3x}$
(e) ☛ $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{-3}{7+x}$ (o) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2-x-2)^{20}}{(x^3-12x+16)^{10}}$
(f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\log x+1}$ (p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x}$
(g) ☛ $\lim_{x \rightarrow 1} (\lfloor x \rfloor - x)$ (q) ☛ $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sin x)$
(h) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \lfloor \frac{1}{x} \rfloor$ (r) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$
(i) ☛ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x-5}{x-1}$ (s) ☛ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{1+x}}{x^2-9}$
(j) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x-5}{(x-1)^2}$

Příklad 3. Spočtete limity.

- (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \arcsin \frac{1-x}{1+x}$ (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan x}{\operatorname{arccot} x}$
(b) ☛ $\lim_{x \rightarrow \infty} \arccos \left(\sqrt{x^2+x} - x \right)$ (d) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{e^2-e^{2x}}}{\arccos x}$



Příklad 4. Spočtěte limity.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x})$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

(e) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$

(f) $\lim_{x \rightarrow \infty} x (\sqrt{x^2+1} - x)$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$

(h) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{9+x}-2}$

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x-1}}$

(j) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

(k) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$

(l) $\lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}}} - \sqrt{\frac{1}{x} - \sqrt{\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}}}}$

(m) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{3}} \left((x+1)^{\frac{2}{3}} - (x-1)^{\frac{2}{3}} \right)$

(n) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2-2x-\frac{1}{x}}{3x^2+3}}$

Příklad 5. Spočtěte následující limity za použití známých limit a věty o limitě složené funkce:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x^2}{x^2},$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x},$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{1-\cos 4x^2},$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\tan \sqrt{x}}{\sqrt{2x}},$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-\cos x^2}}{1-\cos x},$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \log \left(\frac{x}{\sin x} \right),$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - \sin 3x}{\sin x},$

(h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2},$

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x},$

(j) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1},$

(k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^2)}{\log(1-x^2)},$

(l) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \log \left(1 - \frac{2}{x^2} \right),$

(m) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(2+e^{3x})}{\log(3+e^{2x})},$

(n) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1+3^x)}{\log(1+2^x)},$

(o) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(1+3^x)}{\log(1+2^x)},$

